ResearchGate

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: https://www.researchgate.net/publication/315770305

WYRAŻANIE NIEDOKŁADNOŚCI POMIARU – BŁĄD CZY NIEPEWNOŚĆ?

Article · March 2017

CITATIONS
0

READS
310

2 authors:

Anna Golijanek-Jędrzejczyk
Gdansk University of Technology
32 PUBLICATIONS **20** CITATIONS

SEE PROFILE

Dariusz Świsulski
Gdansk University of Technology
71 PUBLICATIONS **83** CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:

Project Statistical methods in the analysis of radiometric signals View project

Project Estimating the uncertainty of the liquid mass flow using the orifice plate View project

All content following this page was uploaded by Anna Golijanek-Jędrzejczyk on 04 April 2017.

The user has requested enhancement of the downloaded file.

Anna GOLIJANEK-JĘDRZEJCZYK
Dariusz ŚWISULSKI
Politechnika Gdańska

WYRAŻANIE NIEDOKŁADNOŚCI POMIARU – BŁĄD CZY NIEPEWNOŚĆ?

1. Wstęp

Minęło ponad 20 lat od wprowadzenia dokumentu *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements* GUM [1], czyli „Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik" oraz *International Vocabulary of Metrology* VIM[1] [2], czyli „Międzynarodowego Słownika Metrologii", w których to dokumentach[2] przedstawiono odpowiednio metodologię wyznaczania niepewności pomiaru oraz terminologię metrologiczną.

Liczne współczesne publikacje o tej tematyce w sztandarowych czasopismach metrologicznych dowodzą, że teoria niepewności na dobre zagościła w technice. W każdym obszarze, zarówno w pomiarach elektroenergetycznych [3], jak i pomiarach innych wielkości elektrycznych [4] czy biomedycznych [5], przeprowadza się szacowanie niepewności pomiaru wielkości mierzonej. Zważywszy, iż oszacowanie niepewności pomiaru nie polega na podstawieniu danych do jednego wzoru, ale na przeprowadzeniu pewnego kompletnego wywodu i wykorzystaniu, w najprostszym przypadku, co najmniej kilku zależności z dziedziny statystyki i probabilistyki, nadal przeraża ona pomiarowców praktyków.

Autorzy prezentują w niniejszym artykule terminologię dotyczącą teorii niepewności pomiaru, genezę jej powstania, uzasadniają konieczność jej stosowania i przytaczają przykłady jej użycia.

2. Przyczyny niedokładności pomiarów

Każda osoba wykonująca pomiary ma świadomość, że wynik pomiaru, czyli procesu doświadczalnego wyznaczenia jednej lub więcej wartości wielkości, które w zasadny sposób mogą być przyporządkowane wielkości [2], za-

1 W powszechnym użyciu jest akronim nazwy francuskiej *Vocabulaire International de Métrologie*. Francuski jest jedynym językiem oficjalnym Międzynarodowego Biura Miar i Wag w Paryżu (*Bureau international des poids et mesures* – BIPM) oraz innych organów Konwencji Metrycznej z roku 1875. (przyp. red.)

2 Free access: www.bipm.org/en/publications/guides/

wsze różni się od prawdziwej wartości wielkości mierzonej. Innymi słowy estymata menzurandu[1] (wielkości mierzonej) różni się od wartości prawdziwej, a wynik pomiaru jest jedynie przybliżeniem prawdziwej wartości wielkości mierzonej.

Powodów niedokładności pomiarów może być wiele. Najczęściej wynika ona z:

- niedokładności zmysłów człowieka – obserwatora, np. podczas odczytu wyniku z przyrządu pomiarowego,
- niedokładności metod pomiarowych,
- niedokładności przyrządów pomiarowych,
- zmienności warunków otoczenia (np. temperatury, wilgotności itd.),
- przybliżeń stałych fizycznych i zaokrągleń wyników.

Dlatego konieczne jest wyznaczenie stopnia przybliżenia do wartości prawdziwej i podawanie go jednocześnie z wynikiem. Tylko wtedy wyniki niosą informację o jakości wykonanych pomiarów i tylko wtedy mogą być ze sobą porównywane. Prezentacja wyniku bez miary jakościowej jest informacją niekompletną i z punktu widzenia metrologicznego nie ma sensu.

3. Od uchybów do błędów pomiaru

Miary niedokładności pomiaru na przestrzeni lat bardzo się zmieniały, od teorii uchybów pomiarowych, poprzez teorię błędów pomiarowych, do teorii niepewności pomiaru.

Historycznie najpierw były **uchyby pomiarowe**. W jednym z pierwszych słowników technicznych opracowanych w Polsce, książce „Słownictwo elektrotechniczne polskie", wydanej w 1936 r. nakładem SEP [6], można znaleźć tylko określenie *uchyb*, natomiast nie ma zdefiniowanego błędu pomiarowego. W opracowaniu tym 25 razy występuje słowo uchyb wraz z jego pochodnymi, takimi jak: uchyb bezwzględny, uchyb względny, uchyb wzorcowania oraz uchyby dodatkowe wynikające z pracy przyrządu itd.

Uchyb podstawowy miernika składał się z uchybów składowych: uchybu tarcia (w tym czasie były tylko mierniki analogowe), uchybu niewyważenia organu ruchomego, uchybu wynikającego z nieprawidłowego wyskalowania podziałki miernika, uchybu odczytu oraz uchybów dodatkowych, wynikających z pracy przyrządu poza warunkami odniesienia.

W maju 1960 roku w miesięczniku *Pomiary Automatyka Kontrola* prof. Jan Obalski z Politechniki Warszawskiej zaprezentował projekt Polskiej Normy o podstawowych definicjach metrologii [7], firmowany przez Polski Ko-

1 W literaturze wielkość mierzona często nosi nazwę *mezurand*. Autorzy zgodnie ze słownikiem [2] używają terminu *menzurand* (od łacińskiego *mensurandum*).

mitet Normalizacyjny i Główny Urząd Miar. W części D tego opracowania pt. „Błędy (uchyby) pomiarów" przybliżono definicje błędów: względnych oraz bezwzględnych, systematycznych oraz przypadkowych itd. Jednocześnie przy każdej z tych definicji wpisano słowo uchyb podając w przypisie, że warianty terminu *błąd pomiarowy* należy traktować łącznie z wariantem *uchyb* we wszystkich tych definicjach. Publikacja projektu wywołała dyskusję wśród metrologów, z których część wolała, aby miarą niedokładności były nadal uchyby pomiarowe.

Rozróżnienie błędów i uchybów było stosowane tylko przez elektryków, w pozostałych dziedzinach techniki używane było jedynie pojęcie błędu. Dla elektryków występowanie uchybów związane było z niedoskonałością środków zastosowanych w pomiarze (np. wpływ na wynik pomiaru temperatury otoczenia), natomiast występowanie błędów – z naruszeniem wymagań ścisłości, spowodowane nieprawidłowościami rozumowania (np. wykorzystanie niewłaściwego układu pomiarowego). Nieelektrycy nie rozróżniali tych dwóch pojęć [8]. Spór między zwolennikami obu rozwiązań doprowadził do kilkumiesięcznej dyskusji. Ostatecznie zwyciężyli zwolennicy nazwy błąd, co zostało potwierdzone wprowadzeniem teorii błędów pomiarowych w opublikowanej w 1971 roku normie [9, 10].

Błąd pomiarowy jest definiowany jako różnica między wynikiem pomiaru x a wartością prawdziwą x_0 wielkości mierzonej:

$$\Delta x = x - x_0. \tag{1}$$

Wzór (1) określa błąd bezwzględny. Błąd względny jest stosunkiem błędu bezwzględnego Δx odniesionego do rzeczywistej wartości wielkości mierzonej x_0:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x_0}. \tag{2}$$

Inna klasyfikacja błędów pomiarowych wprowadza podział na błędy: systematyczne, przypadkowe, nadmierne (inaczej pomyłki) oraz graniczne.

Błędy systematyczne wynikają z uproszczenia modelu, według którego wykonywany jest pomiar, np. nieuwzględnienie wpływu zmian rezystancji spowodowanej zmianą temperatury czy zła adjustacja przyrządów (przesunięcie zera przyrządu analogowego) [10, 11, 12, 13].

Cechą charakterystyczną błędów systematycznych jest wywoływanie stałej niedokładności przy pomiarach wykonywanych w warunkach powtarzalności. W przypadku rozpoznania oddziaływania systematycznego, wielkości wpływających na wynik pomiaru, możliwe jest skompensowanie tego wpływu. W literaturze [10, 11, 12, 13] opisywana jest kompensacja addytywna

lub multiplikatywna, odpowiednio albo przez dodanie do wyniku pomiaru poprawki albo pomnożenie wyniku przez współczynnik poprawkowy. Natomiast bez rozpoznania oddziaływania systematycznego nie ma możliwości skorygowania wyniku. Wówczas błąd systematyczny może być oceniony jakościowo i oszacowany w postaci przedziału wyznaczonego przez błędy graniczne Δx_{gr}. Należy jednak pamiętać, że całkowita eliminacja błędów systematycznych nie jest możliwa.

Błędy przypadkowe spowodowane są losowym oddziaływaniem dużej liczby trudnych do rozpoznania czynników zakłócających, których łączny wpływ zmienia się z pomiaru na pomiar [11]. Błąd przypadkowy jest zmienną losową, a w kolejnych pomiarach tej samej wielkości mierzonej, wykonywanych w warunkach powtarzalności, otrzymuje się błędy o wartościach będących realizacjami tej zmiennej[1]. Wyniki pomiarów są również realizacjami zmiennej losowej i ulegają rozproszeniu wokół wartości prawdziwej wielkości mierzonej. Stąd też szacowanie błędów przypadkowych, jako miary rozproszenia wyników wokół wartości prawdziwej, dokonywane jest metodami rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.

Błąd przypadkowy wyniku pomiaru nie może być skompensowany przez poprawkę (jak w przypadku błędu systematycznego), jego wartość może być zmniejszona poprzez wielokrotne powtarzanie pomiarów, czyli przez wykonanie serii n pomiarów i przyjęcie jako wyniku końcowego średniej arytmetycznej $\bar{x}$ serii wyników x_i [11]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{3}$$

Wartość średnia stanowi lepsze, niż pojedynczy pomiar, oszacowanie wartości prawdziwej. Dlatego też wartość średniej arytmetycznej serii pomiarów można w uzasadniony sposób traktować jako poprawny wynik pomiaru.

Błąd nadmierny (błąd gruby, pomyłkę) łatwo zidentyfikować, albowiem wynik pomiaru rażąco różni się od pozostałych wyników [11]. Najczęściej są to błędy spowodowane pomyłkami eksperymentatora, popełnianymi w trakcie wykonywania pomiaru (np. odczytu czy zapisywania wyniku). Postępowanie z pomiarami obciążonymi takimi błędami powinno być uzależnione od rezultatów przeprowadzonych wyjaśnień. Tylko wyjaśnienie przyczyny (np. stwierdzenie pomyłki) upoważnia do odrzucenia wyniku pomiaru.

Błędy graniczne zostały zdefiniowane ze względów praktycznych [6], jako miara niedokładności pomiaru. Najczęściej oznacza się je jako przedziały

1 Realizacja zmiennej losowej – wartość danej cechy statystycznej dla konkretnej obserwacji statystycznej.

Δx_{min} i Δx_{max} wokół wartości zmierzonej x. Zwykle błędy lewo- i prawostronne są, co do wartości bezwzględnej, sobie równe. Wówczas wynik pomiaru podawany jest jako suma estymaty wartości zmierzonej i błędu granicznego pomiaru, którego prawdopodobieństwo przekroczenia jest znikomo małe. Wartość błędu granicznego często wyznaczana jest na podstawie klasy przyrządu i z uwzględnieniem warunków otoczenia.

Problematyczna w teorii błędów jest definicja *wartości prawdziwej* wielkości mierzonej, albowiem w rzeczywistości nie jest ona znana eksperymentatorowi. W literaturze [10, 11, 12] spotkać można następujące określenia *wartość umownie prawdziwa* czy też *wartość poprawna*, która zastępowała *wartość prawdziwą*. W teorii niepewności nie jest używane pojęcie *wartości prawdziwej* [13].

Definicję niepewności, jako miary niedokładności, wprowadził dokument *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* wydany w 1993 roku przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną ISO. Dokument ten stał się normą międzynarodową, uznawaną w Polsce i wydaną w języku polskim w 1996 roku.

W dokumencie tym **niepewność pomiaru** jest definiowana jako *parametr związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej*. Parametrem takim może być na przykład odchylenie standardowe rozkładu wyników lub błędów pomiaru. Różnica między pojęciem błędu i pojęciem niepewności pomiaru jest istotna:

błąd pomiarowy jest zmienną losową,
a niepewność pomiaru jest parametrem rozkładu prawdopodobieństwa błędu.

4. Niepewność pomiaru

Najczęściej za dobre oszacowanie (estymator) menzurandu Y przyjmuje się średnią arytmetyczną n wyników pomiarów, zgodnie z zależnością (3). W literaturze [14] spotkać można inne estymatory menzurandu i na przykład dla próbek o rozkładzie prostokątnym (w literaturze spotykanym też pod nazwą rozkładu równomiernego lub jednostajnego) najlepszym estymatorem jest środek rozpięcia (wartość średnia z najmniejszego oraz największego z jej elementów), a dla rozkładu wykładniczego – mediana.

W niniejszej publikacji założymy, że rozkład wyników pomiarów jest rozkładem prostokątnym, wobec czego najlepszym estymatorem menzurandu jest wartość średnia arytmetyczna. Niepewność określa przedział otaczający wynik pomiaru y zawierający dużą, z góry określoną, część wyników, jakie

można przypisać wielkości mierzonej. Przedział ten nosi nazwę **przedział niepewności wyniku pomiaru**.

Niepewność ta, oznaczana w literaturze [1, 10, 13] $U(y)$ lub U, to **niepewność rozszerzona** zdefiniowana wzorem:

$$U = k \cdot u_{\mathrm{C}}(y), \tag{4}$$

gdzie k to współczynnik rozszerzenia, a $u_{\mathrm{C}}(y)$ to niepewność standardowa.

Współczynnik k jest umownie przyjętą liczbą, większą od jedności, która została wybrana tak, aby w przedziale $y \pm U$ znalazła się większość wyników pomiarów potrzebna do danego zastosowania. Wartość współczynnika k wyznacza przedział, odpowiadający ściśle określonemu prawdopodobieństwu rozszerzenia, i tak dla $k = 2$ prawdopodobieństwo rozszerzenia jest równe ok. 95%, dla $k = 3$ wynosi ok. 99%.

Typowo i zgodnie z międzynarodową praktyką do obliczenia U najczęściej przyjmuje się wartość $k = 2$, zwłaszcza gdy próbka pomiarowa jest bardzo liczna, większa niż 30 wyników pomiarów. W szczególnych przypadkach stosuje się inne wartości wyznaczane przez eksperymentatora w indywidualny sposób [15] lub ze wzoru Welcha-Satterthwaite'a [13].

Niepewność standardowa $u_{\mathrm{C}}(y)$ jest sumą geometryczną niepewności składowych, wpływających na wynik pomiaru, wobec czego jest wyznaczana następująco:

a) dla pomiarów bezpośrednich jest to pierwiastek sumy kwadratów niepewności składowych, czyli:

$$u_{\mathrm{C}}(y) = \sqrt{u_1^2(x) + u_2^2(x) + \cdots + u_{\mathrm{k}}^2(x)} \tag{5}$$

i w najprostszym przypadku przybierze postać:

$$u_{\mathrm{C}}(y) = \sqrt{u_{\mathrm{A}}^2(x) + u_{\mathrm{B}}^2(x)}, \tag{6}$$

gdzie:
$u_{\mathrm{A}}(x)$ – niepewność oszacowana metodą Typu A,
$u_{\mathrm{B}}(\mathrm{x})$ – niepewność oszacowana metodą Typu B.

b) dla pomiarów pośrednich sumowanie kwadratów niepewności składowych odbywa się z odpowiednimi wagami, zgodnie z prawem propagacji niepewności (przy uwzględnieniu korelacji pomiędzy wielkościami $x_1, x_2, \ldots, x_{\mathrm{k}}$):

$$u_{\mathrm{C}}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{\partial y}{\partial x_j} u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j)}, \tag{7}$$

gdzie $r(x_{\mathrm{i}}, x_{\mathrm{j}})$ – estymator współczynnika korelacji.

Zgodnie z teorią niepewności zakłada się, że niepewność pomiaru danej wielkości mierzonej zawiera wiele składników (5). Poszczególne składniki mogą być oszacowane jednym z dwóch sposobów:

a) metodą Typu A,
b) metodą Typu B.

Niepewność $u_A(x)$ jest wyznaczana metodą analizy statystycznej serii pojedynczych obserwacji. Najczęściej, wykorzystując rozkład normalny wyników, wyznaczana jest jako:

$$u_A(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}. \tag{8}$$

Natomiast prawidłowe wyznaczenie niepewności $u_B(x)$ wymaga dużego doświadczenia i wiedzy eksperymentatora oraz wielu informacji dotyczących wcześniej zmierzonych danych, wiedzy dotyczącej używanej aparatury, specyfikacji technicznych przyrządów, danych ze świadectw wzorcowania przyrządów itp.

Niepewność $u_B(x)$ szacowana jest na podstawie znanej lub założonej funkcji gęstości prawdopodobieństwa wyników pomiarów [10, 13]. Głównym problemem w szacowaniu tej niepewności jest wybór a priori funkcji gęstości prawdopodobieństwa. Możliwości jest wiele – może być to rozkład normalny, prostokątny, trapezowy, trójkątny itp. W zależności od tego wyboru, podczas przeprowadzania analizy szacowania niepewności wyniku pomiaru, należy skorzystać z właściwego wzoru (tab. 1).

Tabela 1. Wyznaczanie niepewności metodą Typu B w zależności od rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa wyników pomiarów

Lp.	Typ rozkładu	Niepewność $u_B(x)$
1.	normalny	$u_B(x) = \frac{\Delta_{gr}}{2}$
2.	prostokątny	$u_B(x) = \frac{\Delta_{gr}}{\sqrt{3}}$
3.	trójkątny	$u_B(x) = \frac{\Delta_{gr}}{\sqrt{6}}$

Najpowszechniej stosowanym rozkładem dla przyrządów pomiarowych jest rozkład prostokątny.

Zgodnie z teorią niepewności ostateczny wynik pomiaru wielkości mierzonej Y powinien być podany przedziałowo $y \pm U$ wraz z jednostką miary oraz następującymi informacjami:

- prawdopodobieństwem rozszerzenia p,
- wartością współczynnika rozszerzenia k,
- rozkładem prawdopodobieństwa.

Typowo niepewność wyniku pomiaru podaje się z dokładnością do dwóch miejsc znaczących, a wynik należy określić z taką liczbą miejsc znaczących, z jaką określona jest niepewność.

Poniżej zaprezentowano najprostszy algorytm postępowania, który można traktować jako instrukcję przy wyznaczaniu niepewności pomiarowej w przypadku serii pomiarowej, przy założeniu braku korelacji wielkości wejściowych.

Tabela 2. Algorytm szacowania niepewności pomiarowej

Nr etapu	Wyznaczenie	
1	estymaty wielkości mierzonej $$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$	
2	niepewności $u_A(x)$ $$u_A(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}.$$	niepewności $u_B(x)$ dla rozkładu prostokątnego $$u_B(x) = \frac{\Delta_{gr}}{\sqrt{3}}$$
3	niepewności standardowej $u_C(y)$ $$u_C(y) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$$	
4	niepewności rozszerzonej U $$U = k \cdot u_C(y)$$ jeżeli przyjąć prawdopodobieństwo rozszerzenia ok. 95%, to wartość współczynnika rozszerzenia $k = 2$	
5	wyniku jako $y \pm U$ [jednostka] z podaniem – prawdopodobieństwa rozszerzenia p, – wartości współczynnika rozszerzenia k, – rozkładu prawdopodobieństwa wyników.	

5. Przykłady szacowania niepewności

W celu przybliżenia przedstawionych powyżej definicji i wzorów zaprezentowano dwa przykłady oszacowania niepewności pomiaru napięcia. Przykłady różnią się przyrządami, którymi wykonano pomiary oraz liczbą powtórzeń pomiaru.

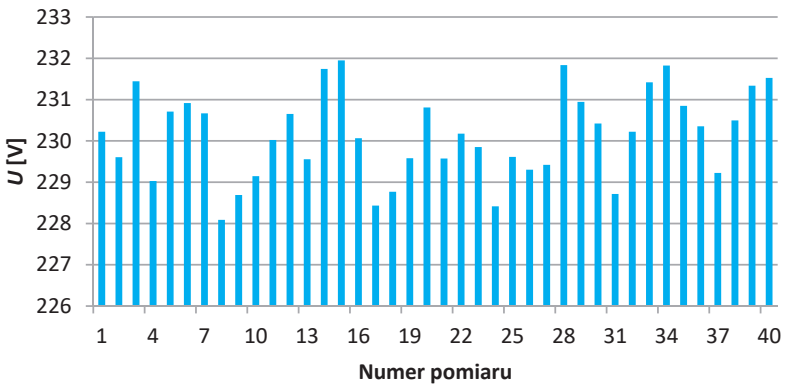
5.1. Przykład 1

Pomiar napięcia wykonano multimetrem cyfrowym na zakresie pomiarowym 500 V, powtarzając go 40-krotnie. Zarejestrowane wyniki zestawiono w tab. 3.

Tabela 3. Uzyskane wyniki pomiarowe

Nr pomiaru	*U*, V	Nr pomiaru	*U*, V	Nr pomiaru	*U*, V	Nr pomiaru	*U*, V
1	230,222	11	230,023	21	229,572	31	228,714
2	229,604	12	230,654	22	230,175	32	230,222
3	231,442	13	229,557	23	229,850	33	231,420
4	229,028	14	231,742	24	228,415	34	231,825
5	230,709	15	231,950	25	229,614	35	230,851
6	230,918	16	230,063	26	229,301	36	230,352
7	230,666	17	228,434	27	229,422	37	229,224
8	228,086	18	228,770	28	231,836	38	230,497
9	228,690	19	229,579	29	230,944	39	231,337
10	229,147	20	230,811	30	230,422	40	231,525

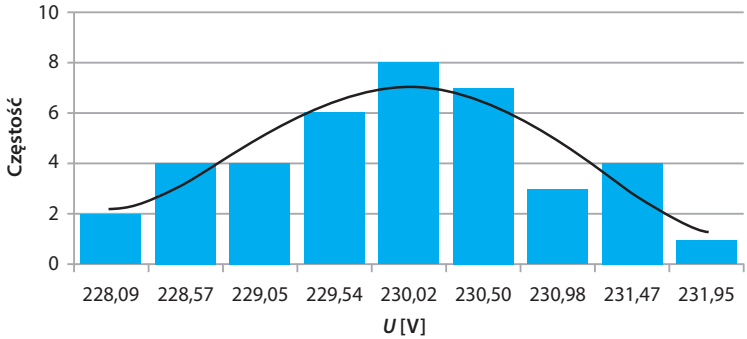
Dla lepszego zobrazowania wartości pomierzonych napięć przedstawiono je na rys. 1.



Rys. 1. Wyniki kolejnych pomiarów napięcia

Krok 1

Zgodnie z przedstawioną w tab. 2 instrukcją szacowania niepewności, pierwszym krokiem jest wyznaczenie estymaty wielkości mierzonej. Estymatę napięcia wyznaczono na podstawie wzoru (3), ponieważ histogram danych pomiarowych potwierdził, iż mają one rozkład normalny (rys. 2). Dlatego estymata może być wyznaczona jako średnia arytmetyczna.



Rys. 2. Histogram wyników pomiaru napięcia

Obliczona wartość średnia zmierzonego napięcia $\overline{U}$ wynosi 230,140 V.

Krok 2A

Kolejnym krokiem w szacowaniu niepewności pomiaru napięcia jest wyznaczenie niepewności metodą A. Wyznaczono ją zgodnie ze wzorem (8), otrzymując wartość $u_A(U) = 0{,}167$ V.

Krok 2B

Następny etap to oszacowanie niepewności $u_B(U)$. W celu prawidłowego jej wyznaczenia potrzebne są informacje dotyczące dokładności wskazań przyrządu na wykorzystywanym zakresie pomiarowym. Producent przyrządu określił błąd przy pomiarze na zakresie 500,000 V napięcia przemiennego o częstotliwości od 45 Hz do 20 kHz jako:

$$\Delta_{gr} = \pm(0{,}8\% \cdot U_{zm} + 40 \cdot 0{,}01 \cdot 10^{-3})\ [\mathrm{V}]. \tag{9}$$

W analizowanym przypadku wartość tego błędu Δ_{gr} jest równa 1,842 V.

Rozkład prawdopodobieństwa dla przyrządów pomiarowych najczęściej przyjmowany jest jako prostokątny (tab. 1), czyli – niezależnie od mierzonej wartości na danym zakresie pomiarowym – spodziewamy się, że niepewność będzie taka sama. W analizowanym przypadku otrzymano następującą wartość niepewności $u_B(U) = 1{,}063$ V.

Krok 3

Kolejnym etapem jest obliczenie niepewności standardowej u_C. Zgodnie z zależnością (6) otrzymano wartość u_C równą 1,077 V.

Krok 4

Oszacowanie niepewności złożonej wymaga przyjęcia wartości współczynnika rozszerzenia. W praktyce najczęściej przyjmuje się prawdopodo-

bieństwo rozszerzenia równe ok. 95%, dla którego wartość współczynnika k wynosi 2. Wówczas, według wzoru (4), wartość niepewności rozszerzonej U wynosi 2,153 V.

Krok 5

Ostatnim etapem jest sformułowanie i prawidłowa prezentacja wyniku przeprowadzonej analizy niepewności. W prezentowanym przypadku wynik zmierzonego napięcia można określić jako:

$$(230{,}1 \pm 2{,}2)\ \mathrm{V} \tag{10}$$

dla $p = 0{,}95$, k = 2 i rozkładu normalnego.

5.2. Przykład 2

Ten przykład ma za zadanie przedstawić metodologię postępowania przy szacowaniu niepewności pomiaru w przypadku tylko jednego wyniku pomiaru. Autorzy zalecają wykonywanie co najmniej kilku pomiarów w danych warunkach, uważając, że tylko wtedy można prawidłowo analizować wyniki pomiarów, zgodnie z postępowaniem w poprzednim przykładzie.

Pomiary wykonywane przy użyciu niektórych przyrządów pomiarowych charakteryzują się dominującym udziałem tylko jednego składnika niepewności wyznaczonej metodą Typu A lub Typu B. W takiej sytuacji przy obliczaniu niepewności standardowej można pominąć składową, której wpływ jest nieznaczący. Taki przypadek przedstawiony jest w poniższym przykładzie, w którym niepewność pomiaru wyznaczona metodą Typu B jest dominująca.

Pomiar napięcia wykonano multimetrem cyfrowym na zakresie pomiarowym 750 V o rozdzielczości 1 V, uzyskując wynik 231 V.

Krok 1

Zgodnie z przedstawioną w tab. 2 instrukcją szacowania niepewności, pierwszym krokiem jest wyznaczenie estymaty wielkości mierzonej. Dla pojedynczego pomiaru będzie to wartość zmierzona, czyli 231 V.

Krok 2A

Przy pojedynczym pomiarze i założeniu pomijalnej wartości niepewności wyznaczonej metodą A, jej wartość nie jest obliczana.

Krok 2B

Następny etap to oszacowanie niepewności $u_B(U)$. W celu prawidłowego jej wyznaczenia potrzebne są informacje dotyczące dokładności wskazań

przyrządu na wykorzystywanym zakresie pomiarowym. Producent przyrządu na zakresie 750,0 V napięcia przemiennego określił błąd jako:

$$\Delta_{gr} = \pm(1{,}2\% \cdot U_{zm} + 5 \cdot D)\ [\mathrm{V}], \tag{11}$$

gdzie D jest rozdzielczością przyrządu, która na zastosowanym zakresie pomiarowym wynosi 1 V. Wartość błędu Δ_{gr} jest równa 7,772 V.

W analizowanym przypadku niepewność $u_B(U)$ wyznaczono ze wzoru z tab. 1 (przyjmując prostokątny rozkład prawdopodobieństwa) i otrzymano wartość równą 4,492 V.

Krok 3

Kolejnym etapem jest obliczenie niepewności złożonej u_C. Zgodnie z zależnością (6) otrzymano wartość u_C równą 4,492 V.

Krok 4

Oszacowanie niepewności złożonej wymaga przyjęcia wartości współczynnika rozszerzenia. Niepewność pomiaru rozszerzona została określona jako niepewność standardowa pomiaru pomnożona przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$, który dla rozkładu normalnego odpowiada prawdopodobieństwu rozszerzenia ok. 95%. Zgodnie ze wzorem (4) wartość niepewności rozszerzonej U wynosi 8,985 V.

Krok 5

Ostatnim etapem jest sformułowanie i prawidłowa prezentacja wyniku przeprowadzonej analizy niepewności. W prezentowanym przypadku wynik zmierzonego napięcia można określić następująco:

$$(231{,}0 \pm 9{,}0)\ \mathrm{V} \tag{12}$$

dla współczynnika rozszerzenia $k = 2$, który dla rozkładu normalnego odpowiada prawdopodobieństwu rozszerzenia ok. 95%.

6. Podsumowanie

Zarówno teoria błędów jak i teoria niepewności są stosowane we współczesnej metrologii równolegle. Jednak coraz częściej miarą jakości wyników pomiarów jest niepewność pomiaru, zwłaszcza w dziedzinach związanych ze zdrowiem oraz bezpieczeństwem. Dlatego istotnym jest, aby pomiarowcy praktycy mieli wsparcie w postaci instrukcji czy algorytmów pozwalających prawidłowo i skutecznie oszacować niepewność pomiaru.

Warto przekonać się do teorii niepewności, mając na względzie, iż wynik pomiaru (czy też estymata, w przypadku serii pomiarowych), prezentowany

zgodnie z jej wymogami, dostarcza większą liczbę informacji, zarówno na temat przeprowadzonego pomiaru (rozkład wyników pomiarowych), jak i dotyczących wartości współczynnika rozszerzenia oraz prawdopodobieństwa rozszerzenia.

7. Literatura

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, OSO 1995, Switzerland. (wersja polska: Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. Główny Urząd Miar, Warszawa 1999).
2. PKN-ISO/IEC Guide 99:2010 Międzynarodowy słownik metrologii. Pojęcia podstawowe i ogólne oraz terminy z nimi związane (VIM).
3. Golijanek-Jędrzejczyk A.: Analiza metrologiczna metody z przesunięciem ψ do pomiaru impedancji pętli zwarciowej. Przegląd Elektrotechniczny, 2009, nr 2, s. 82–85.
4. Dzwonkowski A., Golijanek-Jędrzejczyk A.: Estimation of the uncertainty of the AC/AC transducer output voltage. Przegląd Elektrotechniczny, 2015, nr 10, s. 166–169.
5. Dzwonkowski A., Golijanek-Jędrzejczyk A., Rafiński L.: Szacowanie niepewności pomiaru temperatury skóry metodą Monte Carlo. Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, 2013, nr 34, s. 21–24.
6. Mazur M.: Błąd i uchyb w świetle dyskusji. Pomiary Automatyka Kontrola, 1960, nr 9, s. 370–371.
7. Obalski J.: Projekt Polskiej Normy o podstawowych definicjach metrologii. Pomiary Automatyka Kontrola, 1960, nr 5, s.165–169.
8. Mazur M.: „Błąd" i „uchyb". Pomiary Automatyka Kontrola, 1960, nr 7, s. 285.
9. PN-N-02050:1971 Metrologia. Nazwy i określenia.
10. Janiczek R.: Metody oceny niepewności pomiarów. Pracownia Komputerowa Jacka Skalmierskiego, Katowice – Gliwice 2008.
11. Swędrowski L., Świsulski D., Ziółko M., Roskosz R., Dzwonkowski A., Wepa R., Wołoszyk M., Golijanek-Jędrzejczyk A., Rafiński L., Szwangruber P.: Metrologia. Skrypt do laboratorium dla studentów kierunku elektrotechnika, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2011.
12. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 2009.
13. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). ISO/IEC/OIML/BIPM, first edition, 1992, last ed. BIPM JCGM 100 (2008).
14. Warsza Z. L.: Jednoelementowe estymatory wartości mezurandu próbek o kilku niegaussowskich rozkładach prawdopodobieństwa – przegląd. Pomiary Automatyka Kontrola, 2011, nr 1, s. 101–104.
15. Fotowicz P.: Metody obliczania przedziału i współczynnika rozszerzenia przy opracowaniu wyniku pomiaru. Niepewność pomiarów w teorii i praktyce. Główny Urząd Miar, Warszawa 2011.

Dane bibliograficzne:
Golijanek-Jędrzejczyk A., Świsulski D.: Wyrażanie niedokładności pomiaru – błąd czy niepewność? Miesięcznik SEP ,,Informacje o Normach i Przepisach Elektrycznych", Nr 211 (kwiecień 2017 r.), s. 3–15.

View publication stats