dr Henryk TERENOWSKI
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia

SZACOWANIE NIEPEWNOŚCI POMIARÓW

Streszczenie: Wyznaczanie niepewności pomiaru jest konieczną częścią każdej procedury pomiarowej. W referacie omówiono klasyczne metody wyznaczania niepewności pomiaru. Wskazano na znaczenie walidacji procedur pomiarowych, analizy źródeł błędów przypadkowych i sposobu ich opracowania w zależności od rozkładu prawdopodobieństwa. Przedstawiono sposób wyznaczania niepewności standardowej przy pomiarach bezpośrednich i pośrednich, budżet niepewności oraz uwagi związane z wyborem współczynnika rozszerzenia k przy wyznaczaniu niepewności rozszerzonej.

DETERMINATION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENTS

A**bstract:** Determination of measurement uncertainty, is obligatory part of each measurement procedure. In this paper, classical methods on determination of measurement uncertainty, were discussed. It was pointed to importance of validation in measurement procedures, analysis of sources of random errors and manner of their development in dependence on probability distribution. A way of determination of standard uncertainty in direct and indirect measurements, uncertainty budget and notes connected with selection of extension factor k at determination of extended uncertainty were presented.

1. Wstęp

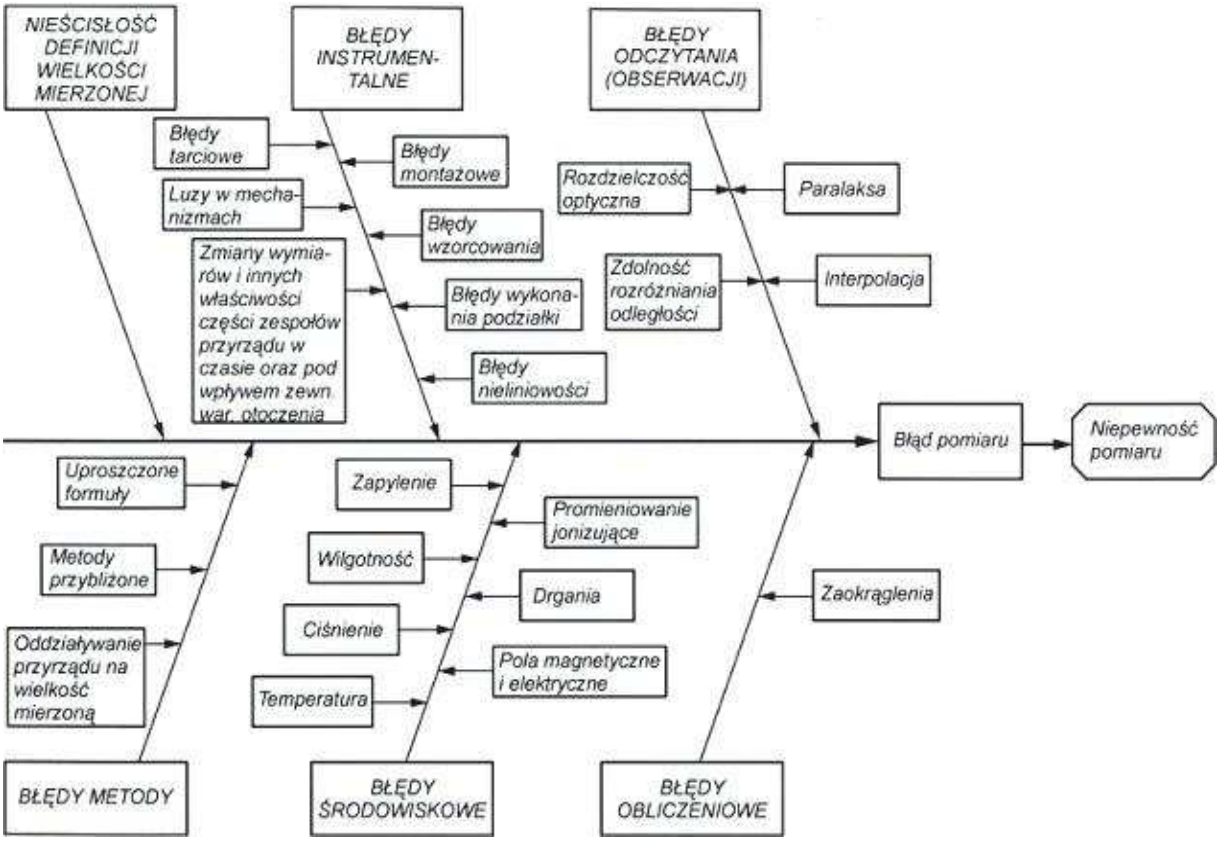
Podstawowym zadaniem pomiarów jest pozyskanie wiarygodnych informacji jakościowych i ilościowych na temat badanego obiektu, tak aby otrzymane wyniki badań służyły określonemu celowi. Błędne wyniki powodują dezinformacje, co może prowadzić do podejmowania nieprawidłowych decyzji.

Znajomość niepewności pomiarów wyników badań jest bardzo ważnym elementem dla laboratoriów, ich klientów i wszystkich instytucji, wykorzystujących te wyniki. Zastosowane metody, sprzęt oraz osoby wykonujące pomiary wnoszą pewien element niepewności do wyniku. Podawanie niepewności razem z wynikiem nie świadczy o braku kompetencji laboratorium. Świadomość tej niedoskonałości oraz umiejętność jej liczbowego wyrażenia stanowi podstawę podwyższonego zaufania do laboratorium. Wyniki pomiarów wielkości fizycznych i chemicznych wraz z informacją ilościową o jakości pomiarów, pozwalają na porównanie ich z wartościami odniesienia podanymi w specyfikacjach lub normach a także do oszacowania ich wiarygodności w porównaniu z wynikami uzyskanymi przez inne laboratoria. Niepewność jest nierozerwalnie związana z wynikami pomiarów i badań. Wszelkie wyniki pomiarów pozbawione oceny ich dokładności są w istocie tylko wskazaniami. W ostatnich latach zaczęto przywiązywać znaczącą uwagę do niepewności pomiarów – zarówno w odniesieniu do typowych pomiarów laboratoryjnych i przemysłowych, jak też przy analizach innych wyników (np. kontroli jakości dostaw detali do produkcji).

Pojęcie niepewności, jako liczbowo wyrażonej cechy, jest stosunkowo nowe w historii pomiarów, chociaż błąd i analiza błędów od dawna są częścią metrologii. Ujednolicenie terminologii, zasad obliczania i wyrażania niepewności pomiarów zaproponowano w wydanym przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Przewodniku pod angielskim tytułem "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement". Polska wersja Przewodnika, wydana przez Główny Urząd Miar, zatytułowana została jako "Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik" GUM 1999 [1]. W opracowaniu tym podano także podstawowe wiadomości ze statystyki niezbędne w szacowaniu niepewności. Użyta terminologia w niniejszym artykule zgodna jest tym Przewodnikiem.

2. Źródła błędów w procesie pomiarowym

Zgodnie z podstawowym aksjomatem metrologii – nie ma pomiarów bezbłędnych, a zatem wykonując pomiary trzeba mieć świadomość, że wyniki będą obarczone błędami, które mogą powstawać na wszystkich etapach procesu pomiarowego. Podstawowe źródła błędów występujących w procesie pomiarowym zilustrowano na rysunku 1 w postaci diagramu Ishikawy [6]. Błędy w każdej z sześciu wymienionych grup źródeł błędów mogą mieć zarówno charakter przypadkowy jak i systematyczny. Należy wyraźnie podkreślić, że niepewność jest efektem błędów przypadkowych, jakie występują w procesie pomiarowym. Metody obliczania niepewności dotyczą wyników skorygowanych o składowe błędu systematycznego. Zakłada się, że przypadkowe błędy pomiaru, które rozpatrywane są jako zmienna losowa wielu zmiennych, podlegają regułom statystyki matematycznej, według której wartość oczekiwana jest równa wartości prawdziwej z określonym prawdopodobieństwem.



Rysunek 1. Struktura źródeł błędów w procesie pomiarowym.

Planując pomiar, rozumiany jako zbiór operacji mających na celu otrzymanie wartości wielkości mierzonej, należy określić jego dokładność. Dokładność pomiaru wielkości implikuje dobór odpowiedniej metody pomiaru, narzędzi pomiarowych, wykonywanie kolejnych operacji, opracowanie oraz sformułowania wyniku pomiaru. Opracowana procedura pomiarowa powinna zapewniać powtarzalność i odtwarzalność wyników pomiarów (Aneks B, [1]).

Analiza struktury źródeł błędów z uwzględnieniem wzajemnych oddziaływań , pozwoli ocenić i wytypować zasadnicze czynniki wpływające w istotny sposób na wielkość mierzoną. Czynniki istotne można ująć w postaci "budżetu niepewności", który podsumowuje oszacowanie standardowej niepewności złożonej wyniku pomiarów na podstawie niepewności standardowych każdego z nich.

3. Walidacja procedury

Jednym z elementów statystycznego sterowania jakością w laboratorium jest walidacja procedur (metod) badawczych. Według normy PN-EN ISO/IEC 17025 [2] "walidacja procedury pomiarowej jest potwierdzeniem, przez zbadanie i przedstawienie obiektywnego dowodu, że zostały spełnione szczególne wymagania dotyczące konkretnie zamierzonego zastosowania" Walidacja powinna być przeprowadzona dla nowych lub zmodyfikowanych procedur nieznormalizowanych lub znormalizowanych stosowanych poza zakresem walidacji. Proces walidacji, lub potwierdzenia w przypadku znormalizowanych procedur analitycznych w laboratorium powinien dostarczyć informacji na temat czynników wpływających na niepewność wyniku końcowego. Oznacza to, że walidacja jest użytecznym narzędziem pozwalającym na ocenę jakości wyników, co ma szczególne znaczenie w badaniach naukowych. Proces walidacji jest czasochłonny i wymaga od przeprowadzających go osób nie tylko wiedzy merytorycznej stosowanej metody, ale także wiedzy z zakresu metod pomiarowych i statystyki. Przed rozpoczęciem prac walidacyjnych niezbędne jest przeprowadzenie analizy i wyznaczenie etapów krytycznych procesu technologicznego, które mają największy wpływ na jakość wyniku końcowego. Na każdym etapie procesu trzeba mieć na uwadze, chociażby tak proste narzędzie graficzne jak odpowiednio dostosowany do aktualnych potrzeb, diagram przedstawiony na rys. 1. Zgodnie, jednak, z wymaganiami p. 5.4.5.2. normy PN-EN ISO/IEC 17025 [2], "walidacja powinna być na tyle obszerna, na ile jest to konieczne przy danym zastosowaniu, albo obszarze zastosowania".

W procedurach badawczych zazwyczaj mamy do czynienia z danymi wejściowymi opartymi na pomiarach bezpośrednich, takich jak pomiar masy, siły, objętości, temperatury i innych wielkości mierzalnych. Na tym etapie źródłem niepewności pomiarów jest baza pomiarowa zawierająca odpowiedniej klasy urządzenia, posiadająca wymagane dokumenty normalizacyjne, właściwie użytkowana i znajdująca się w odpowiednim stanie technicznym. Jest ona podstawą do zapewnienia powtarzalności, czyli zapewnienia zgodności wyników kolejnych pomiarów wielkości mierzonej, wykonywanych w tych samych warunkach pomiarowych. Oszacowanie niepewności w pomiarach bezpośrednich nie jest sprawą skomplikowaną. A zatem w procesie walidacji powinno się uwzględniać między innymi i to kryterium przy doborze aparatury pomiarowej, ponieważ bardzo często urządzenia tej samej klasy, posiadające ważne świadectwa wzorcowania, dają różne wskazania tej samej wielkości mierzonej.

Proces walidacji powinien także uwzględniać aktualny stan techniki pomiarowej i obliczeniowej. Zastosowanie ogólnodostępnych arkuszy kalkulacyjnych, dostosowanych do potrzeb danej procedury, które sprawdzają formalne warunki nałożone na dane wejściowe, wykonują stosowne obliczenia, w znacznej mierze eliminują możliwość popełnienia pomyłki.

Dają także możliwość na bieżąco wyliczenia niepewności wykonanego pomiaru. Łatwość przeprowadzenia symulacji procesu badawczego daje szerszy obraz możliwości jego optymalizacji mających na celu uzyskanie bardziej wiarygodnych wyników. Należy podkreślić , że przy stosowaniu tej samej procedury i tych samych urządzeń nie jest konieczne wyznaczanie za każdym razem niepewności pojedynczego wyniku. Wyznaczona niepewność jest wartością, która może być odpowiednia w odniesieniu do wszystkich wyników uzyskanych przy wykorzystaniu danej procedury pomiarowej, w danych warunkach i w danym laboratorium.

4. Matematyczny model pomiaru

Metody pomiarów wielkości fizycznych (fizykochemicznych) możemy podzielić na bezpośrednie i pośrednie. Pomiary bezpośrednie polegają wprost na porównaniu danej wielkości z odpowiednią miarą wzorcową, a wynik pomiaru jest otrzymywany bezpośrednio z odczytu wskazań przyrządu pomiarowego w wielkościach wskazań mierzonego parametru (np. pomiar: długości linijką, masy na wadze, lub napięcia woltomierzem). W przypadku pomiarów pośrednich wartość badanej wielkości wyznaczana jest na podstawie pomiarów bezpośrednich innych wielkości fizycznych, które są z nią związane znanym prawem fizycznym lub chemicznym. Przykłady pomiarów metodą pośrednią to pomiar gęstości ciała na podstawie pomiarów jego masy i objętości, pomiar rezystancji na podstawie pomiarów napięcia i natężenia prądu itp. Rozróżnienie metod bezpośrednich i pośrednich jest szczególnie ważne ze względu na stosowane sposoby szacowania dokładności wyników pomiarów.

Równanie modelowe jest matematycznym opisem zależności wartości wyniku od wartości mierzonych. Zależność tą możemy przedstawić w postaci równania:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \qquad (1)$$

gdzie: y – wartość wyniku;

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ - wartości pomiarowe (dokładniej wskazania przyrządów – aktualne, w chwili pomiarów, odczytane subiektywnie lub automatycznie).

Jak wykazuje praktyka, żaden pomiar, niezależnie od staranności jego wykonania nie daje całkowicie dokładnego wyniku, a więc wskazania przyrządów $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ jak i otrzymany wynik y zawierają błędy , których wielkość nie jest znana. Stąd też wartości wskazań przyrządów jak i otrzymany wynik końcowy nie mogą być traktowane jako ostateczny wynik pomiaru.

Ze względu na zmienność błędu w kolejnych wskazaniach wyniku pomiaru powtarzanego doświadczenia pomiarowego, możemy wyróżnić błędy nadmiarowe, systematyczne i przypadkowe.

Z błędem nadmiarowym mamy do czynienia wtedy, gdy wynik pomiaru danej wielkości odbiega znacznie od pozostałych wyników. Istnieją odpowiednie testy statystyczne pozwalające odrzucić taki "podejrzany" pomiar.

Błędy systematyczne to błędy, które przy wielu pomiarach tej samej wartości danej wielkości, wykonywanych w tych samych warunkach, pozostają stałe co do znaku i modułu , lub zmieniają się według określonego prawa wraz ze zmianą warunków odniesienia. Błędy te można przewidzieć na podstawie znajomości danego procesu pomiarowego. Cechą błędów systematycznych jest możliwość ich częściowej lub całkowitej eliminacji za pomocą poprawek lub poprzez kalibrację układu pomiarowego.

Błędy przypadkowe zmieniają się w sposób nieprzewidziany, zarówno co do znaku jak i modułu przy wykonywaniu pomiarów tej samej wielkości w warunkach pozornie niezmiennych. W chwili pomiaru wartość błędów przypadkowych nie jest znana. Można

jedynie wyznaczyć ich parametry statystyczne na podstawie wielu wyników pomiarów. Błędy te powodują, że wyniki pomiarów są zmiennymi losowymi.

Wartości pomiarowe $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ są więc realizacjami pewnych funkcji losowych odpowiednio $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$. Wobec powyższego równanie

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n) \qquad (2)$$

przedstawia pośrednią wielkość mierzoną Y jako funkcję n zmiennych losowych.

Zmienne losowe $Y, X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$. w wyniku realizacji procesu pomiarowego przyjmują z pewnym prawdopodobieństwem wartości z określonych zbiorów. Metody statystyczne umożliwiają określenie miary tych zbiorów i prawdopodobieństw, z jakimi wyniki należą do tych zbiorów.

Każda zmienna losowa generuje pewien rozkład prawdopodobieństwa o określonych charakterystykach liczbowych. Najważniejsze z nich to wartość oczekiwana μ i wariancja σ^2. W praktyce rozkład prawdopodobieństwa jak i wartości tych parametrów nie są do końca poznawalne. Ich wartości szacuje się na podstawie prób doświadczalnych.

Estymatorem wartości oczekiwanej μ jest wartość przeciętna z próby $\bar{\mathbf{x}}$

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{\mathbf{n}} \sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{x_i} \qquad (3)$$

a wariancji σ^2. wartość określona wyrażeniem

$$\mathbf{s^2(x)} = \frac{1}{\mathbf{n}-1} \sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{n}} (\mathbf{x_i} - \bar{\mathbf{x}})^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

Natomiast estymator wariancji dla średniej liczony jest jako

$$\mathbf{s^2(\bar{x})} = \frac{\mathbf{s^2(x)}}{\mathbf{n}} \qquad (5)$$

Szacowanie rozkładu prawdopodobieństwa jest pracochłonne i nie zawsze możliwe do wykonania. Błędy pomiarów z zasady mają rozkłady zbliżone do rozkładu normalnego, dlatego też w wielu przypadkach, przy opracowywaniu wyników pomiarów, posługujemy się tym rozkładem.

5. Ocena niepewności pomiarów

Niepewność pomiaru jest to parametr związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej [5]. Według [1] przyjęto, że parametrem takim będzie odchylenie standardowe albo jego wielokrotność. Niepewność (ang. uncertainty) wielkości x oznaczana jest symbolem u(x).

Jak już wspomniano, metody pomiarowe, w ogólnym ujęciu można podzielić na bezpośrednie i pośrednie. W metodzie pośredniej korzysta się z wyników pomiarów bezpośrednich w odniesieniu do poszczególnych wielkości mierzonych.

5.1 Ocena niepewności pomiarów bezpośrednich

Pomiary bezpośrednie, takie jak pomiar masy, długości, temperatury, napięcia itp., wykonuje się przy pomocy specjalistycznych przyrządów, otrzymując odpowiednie ich wskazania. Wskazanie przyrządu – wynik surowy, nie odzwierciedla dokładnie wielkości mierzonej. Wielkość mierzona X wynosi:

$$X = (X_w + P_\Sigma) \pm U(X)$$

gdzie: X_w – wynik surowy (wskazanie przyrządu), czyli wynik przed korekcją błędów systematycznych,

U(X) – niepewność rozszerzona wielkości X.

P_Σ – poprawka sumaryczna, kompensująca wyznaczalne błędy systematyczne, np.: poprawności wskazania, błędu temperaturowego itp., które też są wyznaczone z pewną niepewnością.
Zatem

$$P_\Sigma = f(P_1, P_2, \ldots, P_m)$$

jest funkcją wielu zmiennych P_1, P_2, …, P_m, z których każda jest obarczona niepewnością standardową $u(p_i)$ i = 1, 2, 3, …, m. Niepewność $U(P_\Sigma)$ jest wypadkową niepewnością wyznaczania poprawek.
Składniki X_w i P_Σ są obciążone niepewnościami cząstkowymi $U(X_w)$ i $U(P_\Sigma)$.

Wykonując serię pomiarów wielkości X w warunkach powtarzalności określana jest wariancja $s^2(x)$ na podstawie wzoru (4).

Niepewność standardowa $u_s(x)$ pojedynczego pomiaru x_w wielkości mierzonej X wynosi:

$$\mathbf{u_s(x_w) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_{wi} - \bar{x}_w)^2}} \qquad (6)$$

Natomiast, jeśli za wynik pomiaru przyjmuje się średnią, otrzymaną z serii pomiarów, określoną wzorem (3), to niepewność wynosi:

$$\mathbf{u_s(\bar{x}_w) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_{wi} - \bar{x}_w)^2}} \qquad (7)$$

Niepewności te, związane z wynikiem surowym, odzwierciedlają czynniki losowe wpływające na pomiar w danej chwili. Niepewność obliczana w ten sposób jest niepewnością standardową obliczoną metodą typu A.

W przypadku jednego pomiaru lub jeżeli wskazania przyrządu są takie same w serii pomiarów, niepewność standardowa u_s wyznaczana jest na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa określonego na przedziale równym wartości działki elementarnej Δ_d urządzenia. Bardzo często przyjmowany jest rozkład jednostajny na tym przedziale, dla którego

$$\mathbf{u_s(x_w) = \frac{\Delta_d}{\sqrt{3}}} \qquad (8)$$

jest odchyleniem standardowym.

5.2 Ocena niepewności wyznaczanej wielkości na podstawie pomiarów pośrednich

Bardzo często w badaniach wynik wielkości określanej jest funkcją wielu argumentów (patrz wzór 2) otrzymywanych w pomiarach bezpośrednich lub wyznaczanych innymi metodami. Stosując prawo propagacji niepewności standardowych poszczególnych składników otrzymuje się niepewność standardową złożoną u(Y). Zakładając niezależność argumentów we wzorze (2), niepewność standardową złożoną wyznaczana jest z równania:

$$\mathbf{u_s(Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)^2 u^2(X_i)}} \qquad (9)$$

Każda ze składowych obciążona jest niepewnością standardową $u(X_i)$, które należy wyznaczyć. Niepewności te możemy wyznaczyć na podstawie serii pomiarów, czyli metodą statystyczną, zwaną w przewodniku [1] metodą typu A. Mimo, że wszystkie składowe mogą być wyznaczane metodą typu A to często takie postępowanie jest ekonomicznie nieuzasadnione i wiele składowych niepewności trzeba wyznaczać innymi, bardziej praktycznymi sposobami określanymi w [1] jako metoda typu B.

Jeśli niepewności były wyznaczane metodą typu A i typu B, to niepewność standardową całkowitą określa wzór:

$$\mathbf{u_{sc}(Y) = \sqrt{u_{sA}^2(x) + u_{sB}^2(x)}} \qquad (10)$$

5.3 Budżet niepewności

Analizę złożonej niepewności pomiaru najlepiej jest przedstawić w postaci tabeli zwanej budżetem niepewności.

Symbol wielokści	Estymata wielkości	Niepewność standardowa	Współczynnik wrażliwości	Udział w złożonej niepewności standardowej
Xi	x_i	$u(x_i)$	$c_i=\partial f/\partial x_i$	$u_i=c_i*u(x_i)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_1	$u_1=c_1*u(x_1)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_2	$u_2=c_2*u(x_2)$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
X_n	x_n	$u(x_n)$	c_n	$u_n=c_n*u(x_n)$
Y				$u_s(Y)$

Niepewność złożona wyniku pomiaru wielkości, zgodnie z ogólnymi zasadami, szacowana jest w następujących etapach:

- identyfikacja źródeł niepewności,
- przyjęcie typów rozkładów gęstości prawdopodobieństwa dla wielkości wejściowych,
- estymacja odchyleń standardowych $u(x_i)$,
- wyznaczenie współczynników wrażliwości c_i,
- zestawienie budżetu niepewności,
- obliczenie wartości złożonej niepewności standardowej $u_s(Y)$
- obliczanie niepewności rozszerzonej U(Y).

Wynik pomiaru Y składa się z wartość mierzonej wielkości fizycznej y oraz niepewności rozszerzonej pomiaru U(Y).

$$Y = y \pm U(Y)$$

Niepewność rozszerzona U jest określona jako:

$$U(Y) = k\, u_{cs}(y)$$

gdzie: $u_{cs}(y)$ – niepewność standardowa całkowita,

k – współczynnik rozszerzenia, który odzwierciedla pewien poziom ufności dla przedziału (y-U, y+U).

Zwykle wartość k zawiera się w granicach 2 do 3, ale dla specjalnych zastosowań może być wybrana spoza tego przedziału. Ideałem byłoby możliwość wyboru współczynnika k, który wyznaczałby przedział y ± U odpowiadający ściśle określonemu poziomowi ufności p (wynoszącemu np.: 95% lub 99%). Nie jest to jednak łatwe do wykonania w praktyce ponieważ nie mamy dokładnej wiedzy o rozkładzie prawdopodobieństwa wyniku pomiaru i jego całkowitej niepewności standardowej. Zakładając rozkład normalny, co ma w większości przypadków uzasadnienie, szczególnie przy dużej liczby stopni swobody, to dla k=2 otrzymamy przedział o poziomie ufności w przybliżeniu równym 95% zaś dla k=3 tworzy się przedział ufności w przybliżeniu równy 99%.

6. Wnioski

1. W procesie pomiarowym wielkości pomiarowe są zmiennymi losowymi. Wyniki jakie bezpośrednio są otrzymywane podczas pomiarów, są tylko wskazaniami przyrządów i reprezentują pojedyncze realizacje tych zmiennych losowych w chwili pomiaru.
2. Każdy wynik pomiaru powinien być podawany wraz z jego niepewnością wyznaczenia.
3. Wartość pomiaru bez określenia wartości niepewności – nie ma żadnej wartości.
4. Wynik końcowy podaje się zwykle z taką ilością miejsc po przecinku, jaka jest w określeniu niepewności. Przykład: m= (5,09 ± 0,06) g, m = (5,094 ± 0,058)g dla k= 2.

Literatura

[1] Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. Główny Urząd Miar.1999.

[2] PN-EN ISO/IEC 17025:2005; Ogólne wymagania dotyczące kompetencji laboratoriów badawczych i wzorcujących.

[3] Dokument EA-4/02: Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu. 1999.

[4] Dokument EA-04/16. Wytyczne EA dotyczące wyrażania niepewności w badaniach ilościowych. 2003.

[5] Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii. GUM. 1996. International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology (VIM).

[6] Arendarski J.: Niepewność pomiarów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006

[7] Bulska E. Metrologia chemiczna. Warszawa 2008. Wydawnictwo MALMUT.